

# 宁波大学研究生课程教学大纲

## 一、课程基本信息

|                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |        |                                                                                                 |    |   |
|-----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|----|---|
| 课程中文名称          | 分形上的分析                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 课程编号   |                                                                                                 |    |   |
| 课程英文名称          | Analysis on Fractals                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 总学时    | 54                                                                                              | 学分 | 3 |
| 开课学院            | 数学与统计学院                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 开课学期   | <input checked="" type="checkbox"/> 春季 <input type="checkbox"/> 秋季 <input type="checkbox"/> 全年  |    |   |
| 课程负责人           | 奚李峰                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 教学团队成员 | 蒋侃                                                                                              |    |   |
| 适用学科/专业         | 数学                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 授课语言   | <input checked="" type="checkbox"/> 中文 <input type="checkbox"/> 全英文 <input type="checkbox"/> 双语 |    |   |
| 适用学生            | <input checked="" type="checkbox"/> 学术学位博士 <input type="checkbox"/> 学术学位直博生 <input type="checkbox"/> 学术学位直博生（留学生） <input type="checkbox"/> 学术学位硕士 <input type="checkbox"/> 专业学位硕士<br><input type="checkbox"/> 学术学位硕士（留学生） <input type="checkbox"/> 专业学位硕士（留学生） <input type="checkbox"/> 专业学位硕士（非全日制） |        |                                                                                                 |    |   |
| 课程类别            | <input type="checkbox"/> 公共学位课 <input type="checkbox"/> 专业学位课 <input type="checkbox"/> 公共选修课 <input checked="" type="checkbox"/> 专业选修课 <input type="checkbox"/> 专业补修课 <input type="checkbox"/> 必修培养环节<br><input type="checkbox"/> 其他_____                                                            |        |                                                                                                 |    |   |
| 主要教学方式<br>（可多选） | <input checked="" type="checkbox"/> 讲授 <input type="checkbox"/> 讨论 <input type="checkbox"/> 专题讲座 <input type="checkbox"/> 文献研读 <input type="checkbox"/> 专题研讨 <input type="checkbox"/> 案例分析 <input type="checkbox"/> 实验（含上机） <input type="checkbox"/> 自学 <input type="checkbox"/> 其他__                |        |                                                                                                 |    |   |
| 考核方式            | <input type="checkbox"/> 考试 <input checked="" type="checkbox"/> 考查                                                                                                                                                                                                                                   |        |                                                                                                 |    |   |

## 二、课程中文简介

“分形上的分析”课程主要讨论将光滑流形上的微积分推广到分形上的微积分。在光滑情况下，对这些问题建模的方程式中最常出现的是拉普拉斯算子，因此分形分析理论的出发点往往是定义分形的拉普拉斯算子出发。

## 三、课程英文简介

The course of “Analysis on Fractals” mainly discusses a generalization of calculus on smooth manifolds to calculus on fractals. In the smooth case the operator that occurs most often in the equations modelling these questions is the Laplacian, so the starting point for the theory of analysis on fractals is to define a Laplacian on fractals.

## 四、教学目标

了解和掌握分形上的分析的数学基础，并为博士论文的写作奠定理论基础。

## 五、教学内容、基本要求及学时分配

### 1.各章节主要内容

#### 第一章 测度、能量与度量

主要内容：1、分形离散逼近；2、自相似测度；3、图上能量；4、电路物理解释；5、有效电阻、电阻距离。

重点：从直观、抽象等诸多方面去测度、能量与电阻距离的基本概念。

难点：理解和应用分形上的能量的基本性质。

**课程思政融合点：**了解分形上的分析的基本概念，了解其产生背景、发展历史和应用背景；理解分形上的分析在整个数学学科发展中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第二章 拉普拉斯算子

主要内容：1、拉普拉斯算子的弱收敛形式；2、点态形式、法向导数。

重点：通过直观去理解算子的弱形式。

难点：理解对应的分形上的高斯-格林公式。

第三章 拉普拉斯谱

主要内容：1、傅里叶级数回顾；2、谱的重数；3、渐近估计。

重点：通过直观去理解谱的重数。

难点：理解参照傅里叶级数的分形上的对应形式。

第四章 一般分形上的分析

主要内容：1、pcf 分形；2、能量限制与重整化；3、非自相似分形 。

重点：通过重整化去理解分形上的分析。

难点：如何在非自相似分形构造拉普拉斯算子。

2.学时分配表

| 章节 | 标题       | 教学内容          | 学时分配 |    |    |    | 备注 |
|----|----------|---------------|------|----|----|----|----|
|    |          |               | 理论   | 实验 | 讨论 | 其他 |    |
| 1  | 测度、能量与度量 | 能量与电阻距离       | 13   |    |    |    |    |
| 2  | 拉普拉斯算子   | 点态形式、法向导数     | 13   |    |    |    |    |
| 3  | 拉普拉斯谱    | 谱的重数、渐近估计     | 14   |    |    |    |    |
| 4  | 一般分形上的分析 | pcf 分形、非自相似分形 | 14   |    |    |    |    |
| 小计 |          |               | 54   |    |    |    |    |

六、考核方式及成绩评定方法

- 1. 考核方式：结合课堂表现、平时作业、课程大作业等考查方式；
- 2. 成绩评定：课堂表现（课程思政占比 40%）、平时作业、课程大作业分别占 1/3；
- 3. 考核标准及要求：以掌握课程基本概念和核心技术为标准。

七、本课程创新点（内容、方法等）

课程内容上结合了 pcf 分形和拉普拉斯谱的估计，并注重理论与应用相结合。

八、教材及主要参考书目、文献与资料

| 类别 | 教材名称                               | 编者               | 出版社                        | 版次 | 出版时间 |
|----|------------------------------------|------------------|----------------------------|----|------|
| 教材 | Differential Equations on Fractals | R. S. Strichartz | Princeton University Press |    | 2006 |

|     |                      |           |                                  |  |      |
|-----|----------------------|-----------|----------------------------------|--|------|
| 参考书 | Analysis on Fractals | J. Kigami | Cambridge<br>University<br>Press |  | 2003 |
|-----|----------------------|-----------|----------------------------------|--|------|

课程负责人（签名）：

日期：

学位点负责人（签名）：

日期：

所在学院主管领导（签名）（公章）：

日期：