

宁波大学研究生课程教学大纲

一、课程基本信息

课程中文名称	量子群	课程编号			
课程英文名称	Quantum groups	总学时	54	学分	3
开课学院	数学与统计学院	开课学期	☒ 春季	☐ 秋季	☐ 全年
课程负责人	周贵松	教学团队成员			
适用学科/专业	数学、物理	授课语言	☐ 中文	☐ 全英文	☒ 双语
适用学生	☒ 学术学位博士 ☐ 学术学位直博生 ☐ 学术学位直博生（留学生） ☐ 学术学位硕士 ☐ 专业学位硕士 ☐ 学术学位硕士（留学生） ☐ 专业学位硕士（留学生） ☐ 专业学位硕士（非全日制）				
课程类别	☐ 公共学位课 ☐ 专业学位课 ☐ 公共选修课 ☒ 专业选修课 ☐ 专业补修课 ☐ 必修培养环节 ☐ 其他_____				
主要教学方式 (可多选)	☒ 讲授 ☒ 讨论 ☐ 专题讲座 ☒ 文献研读 ☐ 专题研讨 ☐ 案例分析 ☐ 实验（含上机） ☐ 自学 ☐ 其他__				
考核方式	☐ 考试 ☒ 考查				

二、课程中文简介

本课程建立 Hopf 代数与张量范畴这两个描述量子群的基本代数语言；详细讨论 Poisson-Lie 群上的坐标环和李代数的‘量子化’过程，得到量子坐标环和量子包络代数这两个重要的量子群。

三、课程英文简介

This course establishes the languages of Hof algebras and tensor categories, which are basic for describing the so-called ‘quantum groups’; discuss in detail the process of ‘quantization’ of the coordinate ring and the Lie algebra of a Poisson-Lie group, to obtain the quantized coordinate ring and the quantized enveloping algebra, which are two of famous examples of quantum groups.

四、教学目标

熟练掌握 Hopf 代数与张量范范畴的基本概念、方法与技巧；熟悉量子包络代数与量子坐标环等重要的量子群。

五、教学内容、基本要求及学时分配

1.各章节主要内容

第一章：Poisson-Lie 群和经典 Yang-Baxter 方程

主要内容：Poisson-Lie 群和 Lie 双代数；Poisson 作用和辛叶片；余边界 Lie 双代数；CYBE 的定义； r -矩阵；经典 R -矩阵；可积系统；CYBE 的解。

重点：Poisson-Lie 群和 Lie 双代数；经典 Yang-Baxter 方程。

难点：Poisson 作用和辛叶片。

课程思政融合点：了解量子群的一些历史、物理背景以及几何基础，激发学习热情。

第二章：Hopf 代数

主要内容：Hopf 代数的定义；基本例子；Hopf 代数的表示；Hopf 代数的对偶；量子平面及其对称； $sl(2)$ 的表示；量子 $sl(2)$ 的 Hopf 结构与表示。

重点：Hopf 代数的定义、例子及其表示。

难点：量子 $sl(2)$ 的 Hopf 结构与表示。

课程思政融合点：通过量子 $sl(2)$ 这个具体例子初步领略‘量子化’的思想，使学生体会‘从具体到一般’这个科研思想。

第三章：张量范畴

主要内容：范畴学的一些基本语言；张量范畴的定义、基本例子和基本性质；张量函子；张量范畴的对偶；拟双代数；拟 Hopf 代数。

重点：张量范畴的定义、基本例子和基本性质；张量函子。

难点：张量范畴于 Hopf 代数之间的关系。

课程思政融合点：了解范畴学的历史与思想，学习如何以范畴学的观念来看数学，激发深度学习的热情。

第四章：量子化

主要内容：Hopf 代数的形变；量子化的定义及其存在性；Lie 代数的包络代数的量子化；量子 Kac-Moody 代数；Lie 群之坐标环的量子化。

重点：Lie 代数的包络代数的量子化；Lie 群之坐标环的量子化。

难点：量子化的定义及其存在性。

课程思政融合点：‘量子化’是一个深刻的数学概念，与数学和物理的许多方面有密切联系。通过具体例子来理解这个概念，在拓展学生知识同时，也激发了他们的学习热情。

2.学时分配表

章节	标题	教学内容	学时分配				备注
			理论	实验	讨论	其他	
1	Poisson-Lie 群和经典 Yang-Baxter 方程	Poisson-Lie 群和 Lie 双代数；Poisson 作用和辛叶片；余边界 Lie 双代数；CYBE 的定义； r -矩阵；经典 R -矩阵；可积系统；CYBE 的解	7		2		
2	Hopf 代数	Hopf 代数的定义；基本例子；Hopf 代数的表示；Hopf 代数的对偶；量子平面及其对称； $sl(2)$ 的表示；量子 $sl(2)$ 的 Hopf 结构与表示	9		3	1	
3	张量范畴	范畴学的一些基本语言；张量范畴的定义、基本例子和基本性质；张量函子；张量范畴的对偶；拟双代数；拟 Hopf 代数	7		2	1	
4	量子化	Hopf 代数的形变；量子化的定义及其存在性；Lie 代数的包络代数的量子化；量子 Kac-Moody 代数；Lie	15		6	1	

		群之坐标环的量子化					
小计			38		13	3	

六、考核方式及成绩评定方法

1. 考核方式：专题论文+课堂专题报告。
2. 成绩评定：期末成绩 50%，课堂报告 50%。
3. 考核标准及要求：基本掌握课程内容，总评达到 60 分以上为及格。

七、本课程创新点（内容、方法等）

通过对量子包络代数与量子坐标环这两个经典例子的详细讨论来理解‘量子化’这个过程与‘量子群’这个概念。

八、教材及主要参考书目、文献与资料

教材至少 1 本，参考书目至少 3 本

类别	教材名称	编者	出版社	版次	出版时间
教材	A guide to quantum groups	V. Chari & A. Pressley	Cambridge university press	1	1995
参考书	Quantum groups	C. Kassel	Springer	1	1995
	Lectures on algebraic quantum groups	K. A. Brown & K. R. Goodearl	Birkhauser -Verlag	1	2002
	Hopf algebras	D. E. Radford	World Scientific	1	2012

课程负责人（签名）：

日期：

学位点负责人（签名）：

日期：

所在学院主管领导（签名）（公章）：

日期：