

宁波大学研究生课程教学大纲

一、课程基本信息

课程中文名称	欧氏集的几何学	课程编号			
课程英文名称	Geometry of Sets in Euclidean Space	总学时	54	学分	3
开课学院	数学与统计学院	开课学期	☐ 春季 ☒ 秋季 ☐ 全年		
课程负责人	奚李峰	教学团队成员	蒋侃		
适用学科/专业	数学	授课语言	☒ 中文 ☐ 全英文 ☐ 双语		
适用学生	☒ 学术学位博士 ☐ 学术学位直博生 ☐ 学术学位直博生（留学生） ☐ 学术学位硕士 ☐ 专业学位硕士 ☐ 学术学位硕士（留学生） ☐ 专业学位硕士（留学生） ☐ 专业学位硕士（非全日制）				
课程类别	☐ 公共学位课 ☒ 专业学位课 ☐ 公共选修课 ☐ 专业选修课 ☐ 专业补修课 ☐ 必修培养环节 ☐ 其他_____				
主要教学方式 （可多选）	☒ 讲授 ☐ 讨论 ☐ 专题讲座 ☐ 文献研读 ☐ 专题研讨 ☐ 案例分析 ☐ 实验（含上机） ☐ 自学 ☐ 其他__				
考核方式	☒ 考试 ☐ 考查				

二、课程中文简介

“欧氏空间中的几何学”课程主要通过测度理论研究欧氏空间中集合的几何特性。它使数学家可以将工具从微分几何拓展到不一定平滑的更大类别的曲面（可求长曲面）。

三、课程英文简介

The course “Geometry of Sets in Euclidean Space” mainly discusses the geometric properties of sets in Euclidean space through measure theory. It allows mathematicians to extend tools from differential geometry to a much larger class of surfaces named rectifiable surfaces that are not necessarily smooth.

四、教学目标

了解和掌握欧氏空间几何结构的数学基础，并为博士论文的写作奠定理论基础。。

五、教学内容、基本要求及学时分配

1.各章节主要内容

第一章 覆盖引理与微分

主要内容：1、5 球引理；2、Vitali 覆盖；3、测度微分。

重点：理解和掌握 5 球引理的证明；

难点：对 Vitali 覆盖的掌握和灵活应用。

课程思政融合点：了解欧氏空间的几何结构，了解其产生背景、发展历史和应用背景；理解几何测度理论在整个数学学科发展中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第二章 不变测度

主要内容：Haar 测度、一致分布测度、Grassman 流形等；

重点：从直观理解 Haar 测度的存在性。

难点：理解子空间的 Grassman 流形。

第三章 Hausdorff 测度与维数

主要内容：1、Caratheodory 结构；2、维数与测度；3、Cantor 集、自相似集。

重点：理解 Caratheodory 结构蕴含着可测集的(可数)集合运算的封闭性。

难点：对分数阶维数的理解和灵活应用。

第四章 Lipschitz 映射

主要内容：1、Lipschitz 型延拓；2、Sard 型定理；3、水平集的 Hausdorff 维数。

重点：掌握和理解 Sard 定理即奇点的测度较少的结论。

难点：水平集的维数计算仍有不少开问题。

第五章 截集与大交集

主要内容：1 切片的测度；2、容度与维数；3、相交测度与能量；4、交集的容度与维数。

重点：从容度、能量等角度去理解维数。

难点：掌握和理解切片、交集的重要几何测度论研究方法。

2.学时分配表

章节	标题	教学内容	学时分配				备注
			理论	实验	讨论	其他	
1	覆盖引理与微分	Vitali 覆盖	10				
2	不变测度	Haar 测度	11				
3	Hausdorff 测度与维数	维数定义及应用	11				
4	Lipschitz 映射	Sard 定理	11				
5	截集与大交集	容度、能量与维数	11				
小计			54				

六、考核方式及成绩评定方法

1. 考核方式：结合课堂表现、平时作业、课程大作业、期末考试等方式；
2. 成绩评定：课堂表现（课程思政占比 50%）、平时作业、课程大作业分别占 40%，期末考试占 60%；
3. 考核标准及要求：以掌握课程基本概念和核心技术为标准。

七、本课程创新点（内容、方法等）

课程注重理论与应用相结合。

八、教材及主要参考书目、文献与资料

类别	教材名称	编者	出版社	版次	出版时间
教材	Geometry of Sets and Measures in Euclidean Spaces	P. Mattila	Cambridge University Press		1995

参考书	Fourier Analysis and Hausdorff Dimension	P. Mattila	Cambridge University Press		2015
-----	---	------------	----------------------------------	--	------

课程负责人（签名）：

日期：

学位点负责人（签名）：

日期：

所在学院主管领导（签名）（公章）：

日期：