

宁波大学研究生课程教学大纲

一、课程基本信息

课程中文名称	椭圆曲线	课程编号			
课程英文名称	Elliptic Curves	总学时	54	学分	3
开课学院	数学与统计学院	开课学期	☐ 春季 ☒ 秋季 ☐ 全年		
课程负责人	曹炜	教学团队成员	周贵松		
适用学科/专业	代数、数论	授课语言	☒ 中文 ☐ 全英文 ☐ 双语		
适用学生	☒ 学术学位博士 ☒ 学术学位直博生 ☒ 学术学位直博生（留学生） ☐ 学术学位硕士 ☐ 专业学位硕士 ☐ 学术学位硕士（留学生） ☐ 专业学位硕士（留学生） ☐ 专业学位硕士（非全日制）				
课程类别	☐ 公共学位课 ☐ 专业学位课 ☐ 公共选修课 ☒ 专业选修课 ☐ 专业补修课 ☐ 必修培养环节 ☐ 其他_____				
主要教学方式 （可多选）	☒ 讲授 ☒ 讨论 ☐ 专题讲座 ☐ 文献研读 ☐ 专题研讨 ☐ 案例分析 ☐ 实验（含上机） ☐ 自学 ☐ 其他__				
考核方式	☒ 考试 ☐ 考查				

二、课程中文简介

椭圆曲线是代数曲线中许多最有趣的现象的最简单的例子；它们有着丰富的结构，在代数几何学的发展历史中占有重要地位，而这一理论仍然充满了未解决的深刻猜想，其中有些是数学中最古老的未解决问题。本课程将集中于在有理数上定义的椭圆曲线的算术方面，以有理点群的研究和秩的显式确定为主要重点。以有理数上的椭圆曲线为例，我们将能够介绍许多研究代数簇的算术性质的基本工具。

三、课程英文简介

Elliptic curves give the simplest examples of many of the most interesting phenomena which can occur in algebraic curves; they have an incredibly rich structure and have been the testing ground for many developments in algebraic geometry whilst the theory is still full of deep unsolved conjectures, some of which are amongst the oldest unsolved problems in mathematics. The course will concentrate on arithmetic aspects of elliptic curves defined over the rationals, with the study of the group of rational points, and explicit determination of the rank, being the primary focus. Using elliptic curves over the rationals as an example, we will be able to introduce many of the basic tools for studying arithmetic properties of algebraic varieties.

四、教学目标

椭圆曲线理论是代数、几何、分析和数论的混合体。开设本课程目的是让学生学习了解有限阶点、有理点群、有限域上的三次曲线、三次曲线上的整数点、复数乘法及射影几何等诸多方面的知识。

五、教学内容、基本要求及学时分配

1. 各章节主要内容

第一章： 椭圆曲线的性质（Geometry and Arithmetic）

主要内容：椭圆曲线的几何性质，椭圆曲线的算术性质

重点：椭圆曲线的几何性质。

难点：椭圆曲线的算术性质。

课程思政融合点：了解椭圆曲线的算术性质是如何推导的，了解其产生背景、发展历史和应用背景；理解椭圆曲线的算术性质在整个科学发展历史中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第二章：有理点（Rational Points）

主要内容：有限阶的点（Points of Finite Order），有理点群（The Group of Rational Points）。

重点：有限阶的点（Points of Finite Order）。

难点：有理点群（The Group of Rational Points）。

课程思政融合点：了解椭圆曲线的有理点是如何成群的，了解其产生背景、发展历史和应用背景；理解椭圆曲线的有理点在整个科学发展历史中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第三章：三次曲线（Cubic Curves）

主要内容：有限域上的三次曲线（Cubic Curves over Finite Fields），三次曲线上的整点（Integer Points on Cubic Curves）。

重点：有限域上的三次曲线。

难点：三次曲线上的整点。

课程思政融合点：了解三次曲线是如何研究的，了解其产生背景、发展历史和应用背景；理解三次曲线在整个科学发展历史中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第四章：复乘（Complex Multiplication）

主要内容：椭圆曲线上的复乘运算。

重点：椭圆曲线上的复乘运算。

难点：椭圆曲线上的复乘运算。

课程思政融合点：了解椭圆曲线上的复乘运算是如何定义的，了解其产生背景、发展历史和应用背景；理解椭圆曲线上的复乘运算在整个科学发展历史中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

2. 学时分配表

章节	标题	教学内容	学时分配				备注
			理论	实验	讨论	其他	
1	椭圆曲线的性质	几何性质，算术性质	10		3		
2	有理点	有限阶的点，有理点群	10		3		
3	三次曲线	有限域上的三次曲线，三次曲线上的整点	11		4		
4	复乘	复乘	10		3		
小计			41		13		

六、考核方式及成绩评定方法

1. 考核方式：考试

2. 成绩评定：满分 100 分，平时 50%（其中课程思政占比 10%），考试 50%
3. 考核标准及要求：要求学生掌握基本概念、基本定理，及基本方法，结合平时讨论情况与期末考试成绩，评定最终成绩。

七、本课程创新点（内容、方法等）

理论与应用相结合。

八、教材及主要参考书目、文献与资料

教材至少 1 本，参考书目至少 3 本

类别	教材名称	编者	出版社	版次	出版时间
教材	Rational Points on Elliptic Curves	Silverman J.H.	世界图书出版公司	1	2015
参考书	Elliptic Curves	Anthony W.Knapp	世界图书出版公司	2	1992
	Algebra	Lang S.	Addison-Wesley	1	1965
	Algebraic Number Theory	Neukirch J.	Springer-Verlag	1	1999

课程负责人（签名）：

日期：

学位点负责人（签名）：

日期：

所在学院主管领导（签名）（公章）：

日期：