

宁波大学研究生课程教学大纲

一、课程基本信息

课程中文名称	流体力学方程	课程编号			
课程英文名称	Equations in Fluid Mechanics	总学时	54	学分	3
开课学院	数学与统计学院	开课学期	☒ 春季 ☐ 秋季 ☐ 全年		
课程负责人	屈长征	教学团队成员	李莉		
适用学科/专业	数学、物理、力学	授课语言	☒ 中文 ☐ 全英文 ☐ 双语		
适用学生	☒ 学术学位博士 ☐ 学术学位直博生 ☐ 学术学位直博生（留学生） ☒ 学术学位硕士 ☐ 专业学位硕士 ☐ 学术学位硕士（留学生） ☐ 专业学位硕士（留学生） ☐ 专业学位硕士（非全日制）				
课程类别	☐ 公共学位课 ☐ 专业学位课 ☐ 公共选修课 ☒ 专业选修课 ☐ 专业补修课 ☐ 必修培养环节 ☐ 其他_____				
主要教学方式 (可多选)	☒ 讲授 ☐ 讨论 ☐ 专题讲座 ☐ 文献研读 ☐ 专题研讨 ☐ 案例分析 ☐ 实验（含上机） ☐ 自学 ☐ 其他_____				
考核方式	☒ 考试 ☐ 考查				

二、课程中文简介

本课程主要讲解流体力学方程的现代理论和方法。首先，介绍几类典型流体力学方程的推导：Euler 方程、Navier-Stokes 方程等。其次，介绍位势流和弱粘性的 Navier-Stokes 方程、边界层；Prandtl 方程等。然后，介绍不可压缩 Navier-Stokes 方程的稳态弱解的存在性，重点介绍边值问题的 Galerkin 方法、Leray-Schauder 理论和 L_p 正则性理论。最后，介绍随时间演化的不可压缩 Navier-Stokes 方程的数学理论，包括弱解的定义、能量不等式、弱解的存在性等问题。

三、课程英文简介

The modern theory and methods of the equations in fluid mechanics will be introduced in this course. First, we will discuss the derivation of some typical equations in fluid mechanics, such as Euler equations and Navier-Stokes equation. Secondly, we will introduce the potential flow and slightly viscous flow, the formation of boundary layer, and derivation of Prandtl equations. Then, we will focus on the incompressible Navier-Stokes equations. The existence of steady solutions will be proved by different methods: Galerkin methods and Leray-Schauder theory. The L_p regularity of the solutions will be obtained. At last, we will discuss the existence of weak solutions to the evolutionary equations. Energy inequality will be introduced.

四、教学目标

了解流体力学方程的推导过程；熟练掌握初等场论的基础知识；充分理解各个变量和术语的物理和数学含义；理解 Helmholtz-Hodge 分解定理；了解流线的含义和位势理论；理解边界层的本质及其产生机制；了解 Prandtl 方程的推导过程；熟练掌握 Galerkin 方法、Leray-Schauder 理论、 L_p 正则性理论；熟练掌握稳态及演化的不可压缩 Navier-Stokes 方程弱解的定义、弱解的存在性。

五、教学内容、基本要求及学时分配

第一章 流体力学方程的推导

主要内容：牛顿第二定律；守恒律；物质导数；Euler 方程；等熵流；轨线；旋度；环量；涡度方程；Navier-Stokes 方程；应力张量；粘性系数；Helmholtz-Hodge 分解定理；扩散项；对流项；状态方程等。

教学方法与要求：主要通过板书进行数学公式的推导与演算。要求学生了解 Euler 方程、Navier-Stokes 方程的推导；熟练掌握流体力学方程各个变量和术语的物理和数学意义，熟练掌握场论的基本知识；充分理解 Helmholtz-Hodge 分解定理。

重点：对场论的理解，对各个概念的数学和物理含义的理解。

难点：利用微元法，将物理规律在微观尺度下转化为刻画流体运动的数学方程。理解 Helmholtz-Hodge 分解定理。

课程思政融合点：介绍流体力学的国内外发展状况，介绍我国航空航天领域的成就以及“卡脖子”的问题，提高学生学习兴趣。

第二章 位势流和弱粘性流

主要内容：Bernoulli 定理；流线；位势流；边界层；Prandtl 边界层方程等。

教学方法与要求：主要通过板书进行数学公式的推导与演算。要求学生理解 Bernoulli 定理；了解流线的含义；熟练掌握 Green 函数；了解边界层的含义，理解 Prandtl 边界层方程的含义及其推导过程。

重点：熟练掌握 Green 函数。

难点：了解边界层的含义，理解 Prandtl 边界层方程的含义及其推导过程。

课程思政融合点：介绍边界层问题的应用背景及研究的困难；介绍 Green 函数相关的偏微分方程理论。举一反三，理论与应用相结合，特例与一般理论相结合。

第三章 NS 方程的稳态解

主要内容：弱解的定义、弱解的存在性、有界区域上的零边值问题、Galerkin 方法、Leray-Schauder 理论、 L_p 正则性理论等。

教学方法与要求：主要通过板书进行数学公式的推导与演算。要求学生熟练掌握弱解的定义、弱解的存在性。掌握 Galerkin 方法、Leray-Schauder 理论、 L_p 正则性理论。

重点：熟练掌握弱解的定义、弱解的存在性、 L_p 正则性理论。

难点：掌握 Galerkin 方法、Leray-Schauder 理论、 L_p 正则性理论。

课程思政融合点：介绍千禧年问题，提高学生学习兴趣。

第四章 NS 方程的弱解

主要内容：弱解的定义、能量不等式、弱解的存在性等。

教学方法与要求：主要通过板书进行数学公式的推导与演算。考虑随时间演化的 NS 方程，要求学生熟练掌握弱解的定义、弱解的存在性。

重点：理解初边值问题，熟练掌握弱解的定义、弱解的存在性。

难点：弱解的存在性。

2. 学时分配表

章节	标题	教学内容	学时分配				备注
			理论	实验	讨论	其他	
1	流体力学方程	方程的推导、场论初步、Helmholtz 分解	6		2		
2	位势流和弱粘性流	位势流的 Bernoulli 定理、边界层、Prandtl 方程	8		2		
3	NS 方程的稳态解	弱解的存在性、零边值问题、Galerkin 方法、Leray-Schauder 理论、 L_p 理论	16		2		
4	NS 方程的弱解	弱解的定义、能量不等式、弱解的存在性	16		2		
小计			46		8		

六、考核方式及成绩评定方法

1. 考核方式：考试

2. 成绩评定：平时成绩占比 40%（其中课程思政占比 10%），期末成绩占比 60%。

3. 考核标准及要求：熟练掌握初等场论的基本知识；散度定理；位势理论；掌握能量不等式；弱解定义； L_p 正则性理论；充分理解 Galerkin 方法、Leray-Schauder 理论；了解边界层的本质及其产生机制。

七、本课程创新点（内容、方法等）

1. 理论与应用相结合。以流体力学为应用背景，从物理定律出发，通过建模的方式推导出数学方程。

2 承接本硕阶段的基础数学知识。在流体力学方程的推导过程中，可以用 1-2 学时，让学生回顾并熟悉本科及硕士研究生阶段基本场论的知识。

3 课程涉及到的证明方法具有普适性。Galerkin 方法、Leray-Schauder 理论以及 L_p 正则性理论等都是偏微分方程的常用理论，本课程涉及的内容具有很大的应用空间。

4 课程涉及到部分科技前沿。Navier-Stokes 方程的粘性消逝极限、边界层问题、稳态解和非稳态解的存在性，都有大量的公开数学问题，亟待解决。本课程可以为相关专业的学生

提供研究素材。

八、教材及主要参考书目、文献与资料

教材至少 1 本，参考书目至少 3 本

类别	教材名称	编者	出版社	版次	出版时间
教材	A mathematical introduction to fluid mechanics	A.Chorin, J.E.Marsden	Springer-Verlag	3	1992
	Lectures on Navier-Stokes Equations	Tai-Peng Tsai	美国数学会	1	2017
参考书	Mathematical theory of viscous incompressible flow	Olga A. Ladyzhenskaya, R.A. Silverman	Gordon & Breach Science Publishers Ltd	2	1969
	Partial Differential Equations	Lawrence Evans	美国数学会，研究生系列丛书	2	2010
	Lecture notes on regularity theory for the Navier-Stokes equations	Gregory Seregin	World Scientific	1	2014

课程负责人（签名）：

日期：

学位点负责人（签名）：

日期：

所在学院主管领导（签名）（公章）：

日期：