

宁波大学研究生课程教学大纲

一、课程基本信息

课程中文名称	Finsler 几何	课程编号			
课程英文名称	Finsler Geometry	总学时	54	学分	3
开课学院	数学与统计学院	开课学期	☒ 春季 ☐ 秋季 ☐ 全年		
课程负责人	李本伶	教学团队成员			
适用学科/专业	数学	授课语言	☒ 中文 ☐ 全英文 ☐ 双语		
适用学生	☒ 学术学位博士 ☐ 学术学位直博生 ☐ 学术学位直博生（留学生） ☐ 学术学位硕士 ☐ 专业学位硕士 ☐ 学术学位硕士（留学生） ☐ 专业学位硕士（留学生） ☐ 专业学位硕士（非全日制）				
课程类别	☐ 公共学位课 ☐ 专业学位课 ☐ 公共选修课 ☒ 专业选修课 ☐ 专业补修课 ☐ 必修培养环节 ☐ 其他_____				
主要教学方式 （可多选）	☒ 讲授 ☒ 讨论 ☐ 专题讲座 ☐ 文献研读 ☐ 专题研讨 ☐ 案例分析 ☐ 实验（含上机） ☐ 自学 ☐ 其他__				
考核方式	☐ 考试 ☒ 考查				

二、课程中文简介

《Finsler 几何》课程主要介绍 Finsler 几何相关的基本概念、相关性质及其应用。课程内容包括：Finsler 空间、非黎曼量、联络、黎曼曲率、结构方程、射影几何、Douglas 曲率和 Weyl 曲率、指数映射等。

三、课程英文简介

The course of Finsler Geometry mainly introduces the basic concepts, properties and applications in Finsler Geometry. The course contents include: Finsler space, non Riemannian quantity, connection, Riemannian curvature, structural equation, projective geometry, Douglas curvature and Weyl curvature, exponential mapping, etc.

四、教学目标

掌握 Finsler 几何的基本概念和技巧。熟悉 Finsler 几何中的度量、测地线、黎曼量、非黎曼量、比较定理、曲率分类定理等内容，了解在物理学、生物学等其他领域的应用。

五、教学内容、基本要求及学时分配

1.各章节主要内容

第一章 Finsler 空间

主要内容：1、Minkowski 空间;2、Finsler 度量的定义和基本例子;3、测地线方程及测地线系数；4、Spray 的定义。

重点：理解 Finsler 度量的定义、测地线方程及测地线系数。

难点：掌握求 Finsler 度量的测地线的方法。

课程思政融合点：了解 Finsler 空间产生的背景、发展历史和应用背景，理解 Finsler 几何在整个科学发展历史中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第二章 非黎曼量

主要内容：1、体积形式；2、S-曲率；3、Berwald 曲率；4、Landsberg 曲率；5、Finsler 曲面。

重点：理解体积形式的定义、S-曲率、Berwald 曲率和 Landsberg 曲率。

难点：理解 S-曲率、Berwald 曲率和 Landsberg 曲率。

课程思政融合点：通过学习非黎曼量，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

第三章 联络

主要内容：1、Berwald 联络；2、Chern 联络；3、沿测地线的共变导数。

重点：理解 Berwald 联络和 Chern 联络的定义和区别。

难点：理解 Berwald 联络和 Chern 联络的区别。

课程思政融合点：通过 Finsler 流形上的联络，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

第四章 黎曼曲率

主要内容：1、spray 的黎曼曲率；2、Finsler 度量的黎曼曲率；3、测地场与黎曼曲率；4、变分公式。

重点：理解 Finsler 流形上的黎曼曲率定义及其相关性质。

难点：理解 Finsler 流形上的黎曼曲率的性质。

课程思政融合点：通过学习 Finsler 度量的黎曼曲率，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

第五章 结构方程

主要内容：1、度量的 Ricci 恒等式；2、Cartan 张量的 Ricci 恒等式；3、黎曼曲率二次型的度量；4、黎曼曲率为零的度量。

重点：理解 Finsler 流形上的 Ricci 恒等式。

难点：理解 Finsler 流形上的 Ricci 恒等式及其应用。

课程思政融合点：通过学习 Finsler 流形上的结构方程，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

第六章 射影几何

主要内容：1、射影相关的 spray；2、射影相关的 Finsler 度量；3、射影相关的爱因斯坦度量；4、相关的逆问题。

重点：理解射影相关的 spray 和射影相关的 Finsler 度量。

难点：掌握射影相关 Finsler 度量的性质。

课程思政融合点：通过学习 Finsler 流形上的射影几何，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

第七章 Douglas 曲率和 Weyl 曲率

主要内容：1、Douglas 曲和 Douglas 度量；2、Weyl 曲率；3、具有数量旗曲率的 Finsler 度量；4、射影平坦度量。

重点：理解 Douglas 度量、具有数量旗曲率的 Finsler 度量和射影平坦度量。

难点：熟悉如何构造 Douglas 度量和射影平坦度量。

课程思政融合点：通过学习 Douglas 曲率和 Weyl 曲率，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

第八章 指数映射

主要内容：1、指数映射；2、Jacobi 场；3、比较定理；4、常曲率 Finsler 度量。

重点：理解指数映射、Jacobi 场、比较定理和常曲率 Finsler 度量。

难点：熟悉比较定理和常曲率 Finsler 度量。

课程思政融合点：通过学习指数映射，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

2.学时分配表

章节	标题	教学内容	学时分配				备注
			理论	实验	讨论	其他	
1	Finsler 空间	Minkowski 空间、Finsler 度量的定义和基本例子、测地线方程及测地线系数、Spray 的定义	6				
2	非黎曼量	体积形式、S-曲率、Berwald 曲率、Landsberg 曲率、Finsler 曲面	6		1		
3	联络	Berwald 联络、Chern 联络、沿测地线的共变导数	6		1		
4	黎曼曲率	spray 的黎曼曲率、Finsler 度量的黎曼曲率、测地场与黎曼曲率、变分公式	7				
5	结构方程	度量的 Ricci 恒等式、Cartan 张量的 Ricci 恒等式、黎曼曲率二次型的度量、黎曼曲率为零的度量	6		1		
6	射影几何	射影相关的 spray、射影相关的 Finsler 度量、射影相关的爱因斯坦度量、相关的逆问题	7				
7	Douglas 曲率和 Weyl 曲率	Douglas 曲和 Douglas 度量、Weyl 曲率、具有数量旗曲率的 Finsler 度量、射影平坦度量	6		1		
8	指数映射	指数映射、Jacobi 场、比较定理、常曲率 Finsler 度量	6				
小计			50		4		

六、考核方式及成绩评定方法

1. 考核方式：考试
2. 成绩评定：50%平时（其中课程思政占比 10%），50%期末
3. 考核标准及要求：达到 60 为及格

七、本课程创新点（内容、方法等）

本课程是现代数学的重要组成部分，方法上注重理论与应用相结合。

八、教材及主要参考书目、文献与资料

教材至少 1 本，参考书目至少 3 本

类别	教材名称	编者	出版社	版次	出版时间
教材	Differential Geometry of Spray and Finsler Spaces	Zhongmin Shen	Springer	1	2010
参考书	An Introduction to Riemann-Finsler Geometry	David Bao, Zhongmin Shen, Shiing-Shen Chern	Springer	1	2000
	现代芬斯勒几何初步	沈一兵、沈忠民	高等教育出版社	1	2013
	Finsler Geometry and Applications	Aurel Bejancu	Ellis Horwood Ltd , Publisher	1	1990

课程负责人（签名）： 李本伶

日期：

学位点负责人（签名）：

日期：

所在学院主管领导（签名）（公章）：

日期：