

宁波大学研究生课程教学大纲

一、课程基本信息

课程中文名称	随机微分方程	课程编号			
课程英文名称	Stochastic differential equations	总学时	54	学分	3
开课学院	数学与统计学院	开课学期	√春季 □秋季 □全年		
课程负责人	马飞遥	教学团队成员			
适用学科/专业	数学/偏微分方程	授课语言	□中文 □全英文 √双语		
适用学生	□学术学位博士 □学术学位直博生 □学术学位直博生（留学生） √学术学位硕士 □专业学位硕士 □学术学位硕士（留学生） □专业学位硕士（留学生） □专业学位硕士（非全日制）				
课程类别	□公共学位课 □专业学位课 □公共选修课 √专业选修课 □专业补修课 □必修培养环节 □其他_____				
主要教学方式 （可多选）	√讲授 □讨论 □专题讲座□文献研读√专题研讨 □案例分析 □实验（含上机） √自学 □其他__				
考核方式	□考试 √考查				

二、课程中文简介

任何实际系统都或多或少受到各种形式的随机因素的干扰，在某些实际系统中，忽略掉系统的随机性，用确定性模型对系统进行建模和分析所得的结果并不总是令人满意的，而随机模型却能更合理描述系统的实际特征。随机微分方程是现代数学的一个重要分支，在控制理论、经济和金融、生物数学等方面有广泛应用。《随机微分方程》课程是偏微分方程方向、微分方程方向、概率统计方向研究生的专业选修课程。本课程的基本内容包括概率论与随机过程基础知识、Brownian 运动、随机积分、Ito 公式、随机常微分方程解的一般理论、解的稳定性、随机偏微分方程简介、随机微分方程在经济金融中的应用等。

三、课程英文简介

Any real system is more or less disturbed by various forms of random factors, and in some real systems, the randomness of the system is ignored, and the results obtained by modeling and analyzing the system with a deterministic model are not always satisfactory, while the random model can more reasonably describe the actual characteristics of the system. Stochastic differential equations are an important branch of modern mathematics in control theory, economics, and finance. Biomathematics and other aspects have a wide range of applications. The course "Stochastic Differential Equations" is a professional elective course for graduate students in the direction of partial differential equations, differential equations, and probability and statistics. The basic content of this course includes the basics of probability theory and stochastic processes, Brownian motion, random integrals, Ito formulas, general theory of solutions to stochastic ordinary differential equations, and stability of solutions, introduction to Stochastic Partial Differential Equations, application of stochastic differential equations in economics and finance, etc

四、教学目标

设置本课程的目的是：使学习者系统掌握随机常微分方程的理论、处理方法和技巧，了解随机偏微分方程基础知识与发展趋势，具备在现代科学技术和工程实际中建模、分析和解决问题的基本技能，并为进一步深入学习随机偏微分方程打下良好基础。

五、教学内容、基本要求及学时分配

1.各章节主要内容

第一章 概率论和随机过程基础

主要内容： L_p 空间的基本性质，条件期望，随机过程，鞅，布朗运动

重点：条件期望，鞅，布朗运动

难点：条件期望

课程思政融合点：了解概率论和随机过程其产生背景、发展历史和应用背景；理解其在整个数学学科发展中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第二章 随机积分。

主要内容：随机积分的定义，随机积分的性质，伊藤积分

重点：随机积分的定义，伊藤公式

难点：随机积分的定义

第三章 随机微分方程。

主要内容：随机微分方程的定义，解的存在唯一性，解的矩估计，Feymann-Kac 公式

重点：解的存在唯一性，Feymann-Kac 公式

难点：白噪声

第四章 线性随机微分积分。

主要内容：随机刘维尔公式，常数变易公式，线性随机微分方程的举例，线性随机微分方程的性质

重点：线性随机微分方程解的表示，典型线性随机微分方程解的性质

难点：线性随机微分方程解的表示

第五章 随机微分方程的稳定性。。

主要内容：稳定性的定义，矩指数稳定，几乎必然指数稳定，随机渐进稳定。

重点：稳定性定义以及性质。

难点：噪声对稳定以及非稳定系统的影响。

第五章 随机偏微分方程

主要内容：随机偏微分方程的一般知识，加法噪声，乘法噪声；各种解的定义（概率或分析意义下的强解、弱解）和性质，以及在金融等领域的应用

重点：各种解的定义

难点：解的性质

课程思政融合点：了解随机偏微分方程在金融、物理等领域的重要应用， 激发学习热情和科学创新精神。

学习本课程的要求是：学习者应了解 Ito 随机积分思想和方法，能熟练运用 Ito 微分公式进行计算;掌握随机常微分方程解的基本理论：存在唯一性定理、解的各种估计以及线性常微分方程的基本理论;掌握随机常微分方程稳定性的基本定理;了解随机偏微分方程的基本知识，包括方程的含义、解的各种定义以及主要解法，初步了解随机微分方程各方面的应用。

2.学时分配表

章节	标题	教学内容	学时分配	备注
----	----	------	------	----

			理论	实验	讨论	其他	
1	概率论和随机过程基础	Lp 空间的基本性质, 条件期望, 随机过程, 鞅, 布朗运动	6				
2	随机积分	随机积分的定义, 随机积分的性质, 伊藤积分	6		3		
3	随机微分方程。	随机微分方程的定义, 解的存在唯一性, 解的矩估计, Feymann-Kac 公式	12				
4	线性随机微分积分	随机刘维尔公式, 常数变易公式, 线性随机微分方程的举例, 线性随机微分方程的性质	6			3	
5	随机微分方程的稳定性	稳定性的定义, 矩指数稳定, 几乎必然指数稳定, 随机渐进稳定	9				
6	随机偏微分方程	基础知识、基本性质、相关应用	6		3		
小计			45		6	3	

六、考核方式及成绩评定方法

1. 考核方式: 考查

2. 成绩评定: 50%期末考核+50%平时成绩

3. 考核标准及要求:

平时成绩, 讨论、考勤等课堂表现和作业

期末考核, 以专题综述报告的方式考核, 主要考核学生理解本课程基本知识、方法、结论以及查阅相关文献、总结评价、发现问题等综合能力

七、本课程创新点(内容、方法等)

课程注重理论与应用相结合

八、教材及主要参考书目、文献与资料

教材至少 1 本, 参考书目至少 3 本

类别	教材名称	编者	出版社	版次	出版时间
教材	Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications	Bernt Oksendal	Springer-Verlag	6	2003
	Stochastic equations in infinite dimensions, Encyclopedia of Mathematics and its Applications	Da Prato & Zabczyk	Cambridge University Press	2	2014
参考书	Kolmogorov equations for stochastic PDEs. Advanced Courses in Mathematics.	Da Prato	Birkhouser Verlag	1	2004
	Stochastic differential equations and applications	Xuerong Mao	Horwood Publishing, Chichester, UK,	2	2007
	随机微分方程	胡适耕, 黄乘明, 吴付科	科学出版社	1	2008

课程负责人（签名）:

日期:

学位点负责人（签名）:

日期:

所在学院主管领导（签名）（公章）:

日期: