

宁波大学研究生课程教学大纲

一、课程基本信息

课程中文名称	现代常微分方程	课程编号			
课程英文名称	Advanced Ordinary differential equations	总学时	51	学分	3
开课学院	数学与统计学院	开课学期	?? ☐ 春季 ?? ☒ 秋季 ☐ 全年		
课程负责人	沈升益	教学团队成员			
适用学科/专业	应用数学，物理	授课语言	☐ 中文 ☐ 全英文 ?? ☒ 双语		
适用学生	☐ 学术学位博士 ☐ 学术学位直博生 ☐ 学术学位直博生（留学生） ☒ 学术学位硕士 ☐ 专业学位硕士 ☐ 学术学位硕士（留学生） ☐ 专业学位硕士（留学生） ☐ 专业学位硕士（非全日制）				
课程类别	☐ 公共学位课 ?? ☐ 专业学位课 ?? ☐ 公共选修课 ?? ☒ 专业选修课 ☐ 专业补修课 ☐ 必修培养环节 ☐ 其他_____				
主要教学方式 （可多选）	☒ 讲授 ☐ 讨论 ☐ 专题讲座 ☐ 文献研读 ☐ 专题研讨 ☐ 案例分析 ☐ 实验（含上机） ☐ 自学 ☐ 其他__				
考核方式	?? ☒ 考试 ?? ☐ 考查				

二、课程中文简介

现代常微分方程是应用数学中的重要分支,是研究自然界和社会现象中的变化规律和演化趋势的数学工具。本课程中是本科常微分方程的进阶课程,介绍动力系统理论,包括动力系统的基本概念和性质、动力系统的定性理论、稳定性理论和周期解的存在性定理等。

三、课程英文简介

Ordinary differential equations is an important branch of applied mathematics, which studies the laws of change and evolutionary trends in natural and social phenomena using mathematical tools. This course is an advanced course in ordinary differential equations, which introduces the theory of dynamical systems, including the basic concepts and properties of dynamical systems, qualitative theory of dynamical systems, stability theory, and the existence of periodic solutions theorem, etc.

四、教学目标

1. 了解掌握常微分方程稳定性理论。
2. 了解掌握常微分方程周期解的存在性定理等重要结果。
3. 能熟练应用线性化,直接法等方法对系统进行稳定性分析。
4. 运用扰动理论研究系统的稳定性和演化趋势。

五、教学内容、基本要求及学时分配

1. 各章节主要内容

第一章 常微分方程基础

主要内容：存在唯一性定理，Gronwall 不等式

教学方法与要求：主要通过板书进行数学公式的推导与演算。要求学生了解不同的存在性定理的区别；熟练应用 Gronwall 不等式。

重点：存在唯一性定理的证明，Gronwall 不等式应用

难点：存在唯一性定理的适用条件，Gronwall 不等式的各种变形

第二章 自治系统

主要内容：系统的相图，周期解

教学方法与要求：主要通过板书进行数学公式的推导与演算。要求学生能掌握相图的意义，能独立画出相图；能掌握并应用 Liouville 定理。

重点：相图的画法，首次积分，Liouville 定理难

点：相图的意义，Liouville 定理的证明与应用

第三章 周期解

主要内容：Bendixson 准则，Poincare-Bendixson 定理

教学方法与要求：主要通过板书进行数学公式的推导与演算。要求学生能理解极限环的意义；掌握 Poincare-Bendixson 定理。

重点：Poincare-Bendixson 定理的应用

难点：如何应用 Poincare-Bendixson 定理，高维周期解

第四章 稳定性理论简介

主要内容：平衡解和周期解的稳定性

教学方法与要求：主要通过板书进行数学公式的推导与演算。要求学生熟练掌握方程的线性化计算；能够应用线性化相关定理或 Lyapunov 函数直接法判断解的稳定性。

重点：通过线性化，Lyapunov 函数等方法判断解的稳定性

难点：选择合适的方法判定解的稳定性，Lyapunov 函数的选择

第五章 扰动理论简介

主要内容：Naive 展开和 Poincare 展开定理

教学方法与要求：主要通过板书进行数学公式的推导与演算。要求学生能计算至少 2 阶扰动展开，结合展开定理判断系统的稳定性和演化趋势

重点：运用扰动理论研究系统的稳定性和演化趋势

难点：理解扰动理论的意义和目的，合适的扰动的选择

2. 学时分配表

章节	标题	教学内容	学时分配				备注
			理论	实验	讨论	其他	
一	常微分方程基础	存在唯一性定理，Gronwall 不等式	5		1		
二	自治系统	系统的相图，周期解，Liouville 定理	7		2		
三	周期解	Bendixson 准则，Poincare-Bendixson 定理，及其应用	7		2		
四	稳定性理论简介	平衡解和周期解的稳定性，线性化方法，Lyapunov 函数与直接法	16		2		
五	扰动理论简介	Naive 展开和 Poincare 展开定理	7		2		
小计			42		9		

六、考核方式及成绩评定方法

- 1. 考核方式：平时作业与考试
- 2. 成绩评定：平时作业 40%，期末考查 60%
- 3. 考核标准及要求：熟练掌握 Gronwall 不等式；能画给定系统的相图；掌握 Liouville 定理；能应用 Poincare-Bendixson 定理判定周期解的存在性；能应用线性化方法，Lyapunov 函数与直接法判断平衡解和周期解的稳定性；掌握 Poincare 展开定理。

七、本课程创新点（内容、方法等）

强调动力系统的视角，将常微分方程与动力系统的概念联系起来，通过相图和轨迹的可视化，直观地理解微分方程的解的行为。课程不仅介绍周期解的存在性定理，还深入探讨周期解的唯一性，以及不同条件下的周期解的数量和性质。介绍稳定性的概念和稳定性理论，包括局部和全局稳定性，以及稳定性与线性化之间的联系。最后介绍扰动理论将其作为深入了解微分方程解行为的重要工具。

八、教材及主要参考书目、文献与资料

教材至少 1 本，参考书目至少 3 本

类别	教材名称	编者	出版社	版次	出版时间
教材	Nonlinear Differential Equations and Dynamical Systems	Ferdinand Verhulst	Springer Berlin, Heidelberg	2	2012-12-06
参考书	Ordinary Differential Equations	Vladimir I. Arnold	世界图书出版社	3	2018
	Ordinary Differential Equations	Wolfgang Walter	世界图书出版社	1	2019
	Differential Equations and their applications	Martin Braun	世界图书出版社	4	2015

课程负责人（签名）：

日期：2023 年 4 月 24 日

学位点负责人（签名）：

日期：

所在学院主管领导（签名）（公章）：

日期：