

# 宁波大学研究生课程教学大纲

## 一、课程基本信息

|                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |        |                                                                                                 |    |   |
|-----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|----|---|
| 课程中文名称          | 现代数论引论                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 课程编号   |                                                                                                 |    |   |
| 课程英文名称          | Introduction to Modern Number Theory                                                                                                                                                                                                                                                              | 总学时    | 54                                                                                              | 学分 | 3 |
| 开课学院            | 数学与统计学院                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 开课学期   | <input checked="" type="checkbox"/> 春季 <input type="checkbox"/> 秋季 <input type="checkbox"/> 全年  |    |   |
| 课程负责人           | 曹炜                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 教学团队成员 | 周贵松                                                                                             |    |   |
| 适用学科/专业         | 代数、数论                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 授课语言   | <input checked="" type="checkbox"/> 中文 <input type="checkbox"/> 全英文 <input type="checkbox"/> 双语 |    |   |
| 适用学生            | <input type="checkbox"/> 学术学位博士 <input type="checkbox"/> 学术学位直博生 <input type="checkbox"/> 学术学位直博生（留学生） <input checked="" type="checkbox"/> 学术学位硕士 <input type="checkbox"/> 专业学位硕士 <input type="checkbox"/> 学术学位硕士（留学生） <input type="checkbox"/> 专业学位硕士（留学生） <input type="checkbox"/> 专业学位硕士（非全日制） |        |                                                                                                 |    |   |
| 课程类别            | <input type="checkbox"/> 公共学位课 <input checked="" type="checkbox"/> 专业学位课 <input type="checkbox"/> 公共选修课 <input type="checkbox"/> 专业选修课 <input type="checkbox"/> 专业补修课 <input type="checkbox"/> 必修培养环节<br><input type="checkbox"/> 其他_____                                                         |        |                                                                                                 |    |   |
| 主要教学方式<br>(可多选) | <input checked="" type="checkbox"/> 讲授 <input checked="" type="checkbox"/> 讨论 <input type="checkbox"/> 专题讲座 <input type="checkbox"/> 文献研读 <input type="checkbox"/> 专题研讨 <input type="checkbox"/> 案例分析 <input type="checkbox"/> 实验（含上机） <input type="checkbox"/> 自学 <input type="checkbox"/> 其他_   |        |                                                                                                 |    |   |
| 考核方式            | <input checked="" type="checkbox"/> 考试 <input type="checkbox"/> 考查                                                                                                                                                                                                                                |        |                                                                                                 |    |   |

## 二、课程中文简介

本课程从统一的角度讨论数论各分支的现代状况和持续发展的趋势。在基本问题的推动下，现代理论的中心思想得以揭示。所涉及的主题包括类场论的非交换推广，递归可计算性和丢番图方程，zeta-和 L-函数。

## 三、课程英文简介

This course discusses from a unified point of view both the modern state and the trends of continuing development of various branches of number theory. Motivated by elementary problems, the central ideas of modern theories are exposed. Some topics covered include non-Abelian generalizations of class field theory, recursive computability and Diophantine equations, zeta- and L-functions.

## 四、教学目标

数论方向硕士研究生的一门专业基础课。让学生从抽象代数的观点重新学习初等数论，逐步晋阶，了解现代数论的一些基本思想，问题和方向。

## 五、教学内容、基本要求及学时分配

### 1. 各章节主要内容

第一章：预备知识

主要内容：唯一分解性质（Unique Factorization）、唯一分解性质的应用（Applications of Unique Factorization）、同余（Congruence）、 $U(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$ 的结构（The Structure of  $U(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$ ）。

重点：唯一分解性质的应用（Applications of Unique Factorization）。

难点： $U(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$ 的结构（The Structure of  $U(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$ ）。

课程思政融合点：了解同余的概念是如何定义的，了解其产生背景、发展历史和应用背景；理解同余在整个科学发展历史中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第二章：互反律

主要内容：二次互反律（Quadratic Reciprocity）、二次高斯和（Quadratic Gauss Sums）、有限域（Finite Fields）、高斯和与雅可比和（Gauss and Jacobi Sum）、三次和四次互反律（Cubic and Biquadratic Reciprocity）。

重点：二次互反律（Quadratic Reciprocity）、二次高斯和（Quadratic Gauss Sums）

难点：三次和四次互反律（Cubic and Biquadratic Reciprocity）。

课程思政融合点：了解互反律是如何定义的，了解其产生背景、发展历史和应用背景；理解互反律在整个科学发展历史中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第三章：代数数论

主要内容：二次域与分圆域（Quadratic and Cyclotomic Fields）、Stickelberger 关系与 Eisenstein 互反律（The Stickelberger Relation and the Eisenstein Reciprocity Law）、有限域上的方程（Equations over Finite Fields）、Zeta 函数（The Zeta Function）。

重点：Stickelberger 关系与 Eisenstein 互反律（The Stickelberger Relation and the Eisenstein Reciprocity Law）。

难点：Zeta 函数（The Zeta Function）。

课程思政融合点：了解 Zeta 函数是如何定义的，了解其产生背景、发展历史和应用背景；理解 Zeta 函数在整个科学发展历史中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第四章：L-函数

主要内容：狄利克雷 L-函数（Dirichlet L-functions）、丢番图方程（Diophantine Equations）、椭圆曲线（Elliptic Curves）、伯努力数（Bernoulli Numbers）。

重点：狄利克雷 L-函数（Dirichlet L-functions）。

难点：椭圆曲线（Elliptic Curves）。

课程思政融合点：了解 L-函数是如何定义的，了解其产生背景、发展历史和应用背景；理解 L-函数在整个科学发展历史中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

2. 学时分配表

| 章节 | 标题   | 教学内容                                                     | 学时分配 |    |    |    | 备注 |
|----|------|----------------------------------------------------------|------|----|----|----|----|
|    |      |                                                          | 理论   | 实验 | 讨论 | 其他 |    |
| 1  | 预备知识 | 唯一分解性质及其应用、同余、 $U(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$ 的结构           | 10   |    | 3  |    |    |
| 2  | 互反律  | 二次互反律、二次高斯和、有限域、高斯和与雅可比和、三次和四次互反律                        | 10   |    | 3  |    |    |
| 3  | 代数数论 | 二次域与分圆域、Stickelberger 关系与 Eisenstein 互反律、有限域上的方程、Zeta 函数 | 10   |    | 3  |    |    |

|    |      |                           |    |  |    |  |  |
|----|------|---------------------------|----|--|----|--|--|
| 4  | L-函数 | 狄利克雷 L-函数、丢番图方程、椭圆曲线、伯努力数 | 11 |  | 4  |  |  |
| 小计 |      |                           | 41 |  | 13 |  |  |

## 六、考核方式及成绩评定方法

1. 考核方式：考试
2. 成绩评定：满分 100 分，平时 50 分（其中课程思政占比 10%），考试 50 分
3. 考核标准及要求：要求学生掌握基本概念、基本定理，及基本方法，结合平时讨论情况与学习汇报，评定最终成绩。

## 七、本课程创新点（内容、方法等）

理论与应用相结合。

## 八、教材及主要参考书目、文献与资料

教材至少 1 本，参考书目至少 3 本

| 类别  | 教材名称                                             | 编者                                 | 出版社             | 版次 | 出版时间 |
|-----|--------------------------------------------------|------------------------------------|-----------------|----|------|
| 教材  | A Classical Introduction To Modern Number Theory | Kenneth. Ireland;<br>Michael Rosen | Springer        | 2  | 2003 |
| 参考书 | Algebra                                          | Hungebford T.W.                    | Springer-Verlag | 3  | 2006 |
|     | Algebraic Number Theory                          | Serge Lang                         | Springer        | 2  | 1980 |
|     | Algebraic Number Theory                          | Neukirch J.                        | Springer-Verlag | 1  | 1999 |

课程负责人（签名）：日期：

学位点负责人（签名）：日期：

所在学院主管领导（签名）（公章）：日期：