

# 宁波大学研究生课程教学大纲

## 一、课程基本信息

|                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |        |                                                                                                 |    |   |
|-----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|----|---|
| 课程中文名称          | 非线性椭圆方程 I                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 课程编号   |                                                                                                 |    |   |
| 课程英文名称          | Nonlinear Elliptic Equations I                                                                                                                                                                                                                                                                       | 总学时    | 54                                                                                              | 学分 | 3 |
| 开课学院            | 数学与统计学院                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 开课学期   | <input checked="" type="checkbox"/> 春季 <input type="checkbox"/> 秋季 <input type="checkbox"/> 全年  |    |   |
| 课程负责人           | 马飞遥                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 教学团队成员 |                                                                                                 |    |   |
| 适用学科/专业         | 偏微分方程                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 授课语言   | <input type="checkbox"/> 中文 <input type="checkbox"/> 全英文 <input checked="" type="checkbox"/> 双语 |    |   |
| 适用学生            | <input type="checkbox"/> 学术学位博士 <input type="checkbox"/> 学术学位直博生 <input type="checkbox"/> 学术学位直博生（留学生） <input checked="" type="checkbox"/> 学术学位硕士 <input type="checkbox"/> 专业学位硕士<br><input type="checkbox"/> 学术学位硕士（留学生） <input type="checkbox"/> 专业学位硕士（留学生） <input type="checkbox"/> 专业学位硕士（非全日制） |        |                                                                                                 |    |   |
| 课程类别            | <input type="checkbox"/> 公共学位课 <input type="checkbox"/> 专业学位课 <input type="checkbox"/> 公共选修课 <input checked="" type="checkbox"/> 专业选修课 <input type="checkbox"/> 专业补修课 <input type="checkbox"/> 必修培养环节<br><input type="checkbox"/> 其他_____                                                            |        |                                                                                                 |    |   |
| 主要教学方式<br>(可多选) | <input checked="" type="checkbox"/> 讲授 <input checked="" type="checkbox"/> 讨论 <input type="checkbox"/> 专题讲座 <input type="checkbox"/> 文献研读 <input type="checkbox"/> 专题研讨 <input type="checkbox"/> 案例分析 <input type="checkbox"/> 实验（含上机） <input type="checkbox"/> 自学 <input type="checkbox"/> 其他_____  |        |                                                                                                 |    |   |
| 考核方式            | <input type="checkbox"/> 考试 <input checked="" type="checkbox"/> 考查                                                                                                                                                                                                                                   |        |                                                                                                 |    |   |

## 二、课程中文简介

非线性椭圆方程 1 用非线性方法介绍线性以及非线性椭圆方程的基本理论。主要包括了调和函数的性质，椭圆方程的极值原理，梯度估计，移动平面法与对称性等基本的内容。以及 Soblev 空间弱解一般正则性理论。

## 三、课程英文简介（黑体，四号）

Nonlinear elliptic equations 1 introduce basic theorems of linear and nonlinear elliptic equations by nonlinear methods. It mainly include properties of harmonic functions, maximum principles, gradient estimates, moving plane method and symetries, and the regularity theory of Sobolev type weak solutions.

## 四、教学目标

掌握调和函数的基本性质，能灵活运用极值原理推导解的定性性质，掌握梯度估计的基本方法和运用。了解移动平面法得到对称性的思想和步骤。理解弱解的正则性理论。

## 五、教学内容、基本要求及学时分配

第一章 Harmonic Functions

第二章 主要内容：Mean Value Properties; Fundamental Solutions; Maximum Principles; Energy Method

教学方法与要求：讲授与讨论结合，要求掌握以上主要内容

重点：Mean Value Properties; Maximum Principles;

难点：Energy Method

课程思政融合点：介绍椭圆方程和应用以及我国老一辈华人数学家以及现今仍然活跃在世界该领域前沿的华人数学家的工作（例如丘成桐），介绍宁波本地数学家林芳华（现在美国纽约柯朗研究所）在本领域的贡献，激发学生的爱国情感和学习热情。

### 第三章 Maximum Principle

主要内容: Strong Maximum Principle; A Priori Estimates; Gradient Estimates; Alexandroff Maximum Principle; Moving Plane Method

教学方法与要求：讲授与讨论结合，了解 Moving Plane Method，要求掌握以上其它主要内容

重点：Gradient Estimates; Alexandroff Maximum Principle

难点：Moving Plane Method

课程思政融合点：介绍本章内容的审美价值，引导学生追求美好的数学，美好的事物，追求中国梦。

### 第四章 Weak Solutions I

主要内容: Growth of Local Integrals; Holder Continuity of Solutions; Holder Continuity of Gradients

教学方法与要求：讲授与讨论结合，要求掌握以上主要内容

重点：Holder Continuity of Solutions

难点：Growth of Local Integrals;

课程思政融合点：指出本章内容的严谨性，引导学生一丝不苟，严谨的工作态度，发扬工匠精神为社会主义建设添加牢固的砖瓦。

### 第五章 Weak Solutions II

主要内容: Local Boundedness; Holder Continuity; Moser's Harnack Inequality; Nonlinear Equations

教学方法与要求：讲授与讨论结合，要求掌握 Local Boundedness; Holder Continuity; Moser's Harnack Inequality;

重点：Moser's Harnack Inequality

难点：Nonlinear Equations

课程思政融合点：介绍 2016 年菲尔兹奖获得者 Figalli 的工作与本章理论的关系，以及近期与宁波大学合作的事情，激发学生学习热情，树立远大理想，增加爱国爱校的情怀。

## 2. 学时分配表

| 章节 | 标题                 | 教学内容                                                                            | 学时分配 |    |    |    | 备注 |
|----|--------------------|---------------------------------------------------------------------------------|------|----|----|----|----|
|    |                    |                                                                                 | 理论   | 实验 | 讨论 | 其他 |    |
| 1  | Harmonic Functions | Mean Value Properties; Fundamental Solutions; Maximum Principles; Energy Method | 8    |    | 2  |    |    |

|    |                   |                                                                                                                      |    |  |    |  |  |
|----|-------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|--|----|--|--|
| 2  | Maximum Principle | Strong Maximum Principle; A Priori Estimates; Gradient Estimates; Alexandroff Maximum Principle; Moving Plane Method | 8  |  | 2  |  |  |
| 3  | Weak Solutions I  | Growth of Local Integrals; Holder Continuity of Solutions; Holder Continuity of Gradients                            | 12 |  | 2  |  |  |
| 4  | Weak Solutions II | Local Boundedness; Holder Continuity; Moser's Harnack Inequality; Nonlinear Equations                                | 16 |  | 4  |  |  |
| 小计 |                   |                                                                                                                      | 44 |  | 10 |  |  |

#### 六、考核方式及成绩评定方法

1. 考核方式：平时考勤、作业和期末闭卷考试

2. 成绩评定：按卷面分和平时分加权作为最后得分，平时成绩占比 50%，其中课程思政占比 10%，期末成绩占比 50%

3. 考核标准及要求：本课程考核包括平时考核和期末考核两部分。平时考核包括课后作业、课堂互动交流作业、出勤及课堂表现。教师对学生的课堂活动，如参与课堂讨论等做出评价，并综合其个人作业完成情况和出勤情况给出平时成绩。作业主要考核学生对每章节知识点的复习、理解和掌握程度。期末考核为期末考试环节（闭卷），主要题为证明题和计算分析题等。课程总评成绩由平时考核成绩和期末考核成绩两部分加权而成。

#### 七、本课程创新点（内容、方法等）

理论与应用相结合，讲授与讨论相结合。

#### 八、教材及主要参考书目、文献与资料

教材至少 1 本，参考书目至少 3 本

| 类别  | 教材名称                                                    | 编者                                 | 出版社                           | 版次 | 出版时间 |
|-----|---------------------------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|----|------|
| 教材  | Elliptic Partial Differential Equations                 | Qing Han<br>Fanghua Lin            | American Mathematical Society | 4  | 2011 |
| 参考书 | Elliptic Partial Differential Equations of Second Order | David Gilbarg<br>Neil S. Trudinger | 世界图书出版社                       | 1  | 2001 |
|     | A Basic Course in Partial Differential Equations        | Qing Han                           | American Mathematical Society | 1  | 2011 |
|     | Partial Differential Equations                          | L.C.Evans                          | American Mathematical Society | 2  | 2010 |

课程负责人（签名）：

日期：

学位点负责人（签名）：

日期：

所在学院主管领导（签名）（公章）：

日期：