

宁波大学研究生课程教学大纲

一、课程基本信息

课程中文名称	黎曼几何 I	课程编号			
课程英文名称	Riemannian Geometry I	总学时	54	学分	3
开课学院	数学与统计学院	开课学期	☒ 春季	☐ 秋季	☐ 全年
课程负责人	李本伶	教学团队成员			
适用学科/专业	数学、物理	授课语言	☒ 中文	☐ 全英文	☐ 双语
适用学生	☐ 学术学位博士 ☐ 学术学位直博生 ☐ 学术学位直博生（留学生） ☒ 学术学位硕士 ☐ 专业学位硕士 ☐ 学术学位硕士（留学生） ☐ 专业学位硕士（留学生） ☐ 专业学位硕士（非全日制）				
课程类别	☐ 公共学位课 ☐ 专业学位课 ☐ 公共选修课 ☒ 专业选修课 ☐ 专业补修课 ☐ 必修培养环节 ☐ 其他_____				
主要教学方式 (可多选)	☒ 讲授 ☐ 讨论 ☐ 专题讲座 ☐ 文献研读 ☐ 专题研讨 ☐ 案例分析 ☐ 实验（含上机） ☐ 自学 ☐ 其他				
考核方式	☐ 考试 ☒ 考查				

二、课程中文简介

《黎曼几何》课程主要介绍黎曼几何中与黎曼流形相关的基本概念、相关性质及其应用。课程内容包括：黎曼度量、联络、测地线、曲率、等距浸入、常曲率空间、完备流形、能量变分、比较定理等。

三、课程英文简介

The course of Riemannian geometry mainly introduces the basic concepts, properties and applications related to Riemannian manifolds in Riemannian geometry. The course contents include: Riemannian metric, connection, geodesic, curvature, isometric immersion, constant curvature space, complete manifold, variations of energy, comparison theorem, etc.

四、教学目标

熟练掌握黎曼几何中的基本概念，基本性质以及黎曼流形上的重要几何量。熟悉黎曼流形上的基本定理及其应用。

五、教学内容、基本要求及学时分配

1.各章节主要内容

第一章 黎曼度量

主要内容：1、黎曼度量的定义；2、常用的度量实例；3、理论背景和应用。

重点：理解黎曼度量的定义、掌握黎曼度量的性质和相关应用。

难点：掌握黎曼度量的性质及其应用。

课程思政融合点：了解黎曼度量产生的背景、发展历史和应用背景，理解黎曼几何在整个科学发展历史中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第二章 联络

主要内容：1、仿射联络的定义和基本性质；2、黎曼联络的定义和基本性质。

重点：理解仿射联络的定义及其背景、黎曼联络的定义和基本性质。

难点：理解流形对联络定义的影响。

课程思政融合点：通过学习流形上的联络，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

第三章 测地线

主要内容：1、测地线的定义；2、测地线方程；3、测地线的局部最短性；4、凸领域。

重点：理解测地线的定义及其局部最短性。

难点：理解测地线的性质和相关证明。

课程思政融合点：通过学习流形上的测地线，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

第四章 曲率

主要内容：1、黎曼曲率；2、截面曲率；3、Ricci 曲率；4、数量曲率。

重点：理解流形上的黎曼曲率及其性质。

难点：理解流形上的各类曲率的定义和应用。

课程思政融合点：通过学习流形上的曲率，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

第五章 等距浸入

主要内容：1、等距浸入的概念和性质；2、第二基本形；3、基本方程。

重点：理解流形间的等距浸入及其性质。

难点：理解等距浸入和基本方程的应用。

课程思政融合点：通过学习流形间的等距浸入，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

第六章 常曲率空间

主要内容：1、Cartan 分类定理；2、双曲空间；3、空间形式；4、常曲率空间的等距。

重点：理解 Cartan 分类定理和空间形式。

难点：理解掌握 Cartan 分类定理和空间形式。

课程思政融合点：通过学习常曲率空间，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

第七章 完备流形

主要内容：1、完备流形的概念；2、Hopf-Rinow 定理；3、Hadamard 定理。

重点：理解完备流形的概念和性质。

难点：理解完备流形的概念和相关定理。

课程思政融合点：通过学习完备流形，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

第八章 能量变分

主要内容：1、第一和第二能量变分公式；2、Bonnet-Myers 定理；3、Synge-Weinstein 定理。

重点：理解第一和第二能量变分公式、掌握能量变分方法。

难点：掌握能量变分方法。

课程思政融合点：通过学习能量变分，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

第九章 比较定理

主要内容：1、Rauch 比较定理及其应用；2、Rauch 比较定理的推广。

重点：理解 Rauch 比较定理和其推广。

难点：理解 Rauch 比较定理的证明。

课程思政融合点：通过学习比较定理，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

2.学时分配表

章节	标题	教学内容	学时分配				备注
			理论	实验	讨论	其他	
1	黎曼度量	黎曼度量的定义、常用的度量实例、理论背景和应用	5				
2	联络	仿射联络的定义和基本性质、黎曼联络的定义和基本性质	6				
3	测地线	测地线的定义、测地线方程、测地线的局部最短性、凸领域	6		1		
4	曲率	黎曼曲率、截面曲率、Ricci 曲率、数量曲率	6				
5	等距浸入	等距浸入的概念和性质、第二基本形、基本方程	5				
6	常曲率空间	Cartan 分类定理、双曲空间、空间形式、常曲率空间的等距	6		1		
7	完备流形	完备流形的概念、Hopf-Rinow 定理、Hadamard 定理	6				
8	能量变分	第一和第二能量变分公式、Bonnet-Myers 定理、Synge-Weinstein 定理	6				
9	比较定理	Rauch 比较定理及其应用、Rauch 比较定理的推广	5		1		
小计			51		2		

六、考核方式及成绩评定方法

1. 考核方式：考试

2. 成绩评定：50%平时（其中课程思政占比 10%），50%期末

3. 考核标准及要求：达到 60 为及格

七、本课程创新点（内容、方法等）

本课程是现代数学的重要组成部分，方法上注重理论与应用相结合。

八、教材及主要参考书目、文献与资料

教材至少 1 本，参考书目至少 3 本

类别	教材名称	编者	出版社	版次	出版时间
教材	Riemannian Geometry	Manfredo Perdigão do Carmo	Birkhäuser	1	1992
	黎曼几何初步	白正国，沈一 兵，水乃翔， 郭孝英	高等教育出 版社	2	2004
参考书	Foundations of Differential Geometry	Shoshichi Kobayashi, Katsumi Nomizu	Wiley-Inters cience	1	1996
	An Introduction to Differential Manifolds and Riemannian Geometry	Michael Spivak	Elsevier	2	2007
	Riemannian Geometry	Peter Peterson	Springer	1	1998

课程负责人（签名）： 李本伶

日期：

学位点负责人（签名）：

日期：

所在学院主管领导（签名）（公章）：

日期：