

宁波大学研究生课程教学大纲

一、课程基本信息

课程中文名称	调和分析	课程编号			
课程英文名称	Harmonic Analysis	总学时	54	学分	3
开课学院	数学与统计学院	开课学期	☒ 春季	☐ 秋季	☐ 全年
课程负责人	蒋先江	教学团队成员	黎泽		
适用学科/专业	数学	授课语言	☒ 中文	☐ 全英文	☐ 双语
适用学生	☐ 学术学位博士 ☐ 学术学位直博生 ☐ 学术学位直博生（留学生） ☒ 学术学位硕士 ☐ 专业学位硕士 ☐ 学术学位硕士（留学生） ☐ 专业学位硕士（留学生） ☐ 专业学位硕士（非全日制）				
课程类别	☐ 公共学位课 ☐ 专业学位课 ☐ 公共选修课 ☒ 专业选修课 ☐ 专业补修课 ☐ 必修培养环节 ☐ 其他_____				
主要教学方式 (可多选)	☒ 讲授 ☐ 讨论 ☐ 专题讲座 ☐ 文献研读 ☐ 专题研讨 ☐ 案例分析 ☐ 实验（含上机） ☐ 自学 ☐ 其他				
考核方式	☒ 考试 ☐ 考查				

二、课程中文简介

《调和分析》最初主要研究把已知函数展开成 Fourier 级数，后来发展成庞大的学科体系。本课程主要论述了 Fourier 变换，Hardy-Littlewood 极大函数，插值理论，Calderón-Zygmund 卷积算子，BMO 空间和 Hardy 空间，简单介绍了 Littlewood-Paley 理论，这些内容是调和分析中的经典内容，也是进一步学习调和分析及偏微分方程的基础。

三、课程英文简介

The course Harmonic analysis initially studied the expansion of known functions into Fourier series, and later developed into a huge discipline system. This course mainly discusses Fourier transform, Hardy-Littlewood maximal function, interpolation theory, Calderón-Zygmund convolution operator, BMO space and Hardy space, and Littlewood Paley theory. These contents are the classical knowledge in harmonic analysis, and also the basis for further study of harmonic analysis and partial differential equations.

四、教学目标

熟练掌握调和分析的基本概念和方法，了解调和分析在偏微分方程的应用。

五、教学内容、基本要求及学时分配

1.各章节主要内容

第一章 基础知识

主要内容：1、Fourier 变换的性质；2、Fourier 变换的 L^1 理论；3、Fourier 变换的 L^2 理论；

重点：掌握 Fourier 变换的性质，理解 Fourier 变换的 L^1 和 L^2 理论。

难点：Fourier 变换的 L^1 理论。

课程思政融合点：了解 Fourier 级数和 Fourier 变换，了解其产生背景、发展历史和应用背景；理解调和分析在整个科学发展历史中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第二章：Hardy-Littlewood 极大函数及其应用

主要内容：极大函数的定义，覆盖引理， (p,p) 有界及弱 (p,p) 有界，勒贝格微分定理，恒等逼近。

重点：极大函数的弱 $(1,1)$ 型。

难点：极大函数的弱 $(1,1)$ 型，恒等逼近

课程思政融合点：了解 Hardy-Littlewood 极大函数产生背景、发展历史和应用背景；理解其在调和分析中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第三章：插值理论

主要内容：3 大插值理论。

重点：3 大插值理论。

难点：了解 3 大插值理论的适应范围。

课程思政融合点：了解插值理论主要贡献者，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第四章：Calderón-Zygmund 分解理论

主要内容：Calderón-Zygmund 分解，BCP 原理。

重点：Calderón-Zygmund 分解。

难点：BCP 原理。

课程思政融合点：了解覆盖定理和分解定理的思想，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第五章：奇异积分算子

主要内容：Hilbert 算子，Riesz 变换，Calderón-Zygmund 算子的 L^2 理论及 L^p 理论，极大奇异 C-Z 算子。

重点：Calderón-Zygmund 算子的 L^2 理论及 L^p 理论。

难点：极大奇异 C-Z 算子。

课程思政融合点：了解奇异积分的历史和现状，了解奇异积分在偏微分方程上的应用，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第六章：有界平均震荡函数空间

主要内容：BMO 空间，John-Nirenberg 不等式，与 BMO 空间相关的插值理论。

重点：John-Nirenberg 不等式

难点：John-Nirenberg 不等式。

课程思政融合点：了解 BMO 空间在偏微分方程中的应用，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第七章：向量值不等式和 Littlewood-Paley 理论。

主要内容：向量值奇异积分算子的一般理论，平方积分函数，Hormander 乘法子定理，Carleson 测度。

重点：平方积分函数，Hormander 乘法子定理，Carleson 测度。

难点：Hormander 乘法子定理，Carleson 测度。

课程思政融合点：了解 Littlewood-Paley 理论的历史和现状，Littlewood-Paley 理论。

2.学时分配表

章节	标题	教学内容	学时分配				备注
			理论	实验	讨论	其他	
1	基础知识	Fourier 变换	6			2	
2	Hardy-Littlewood 极大函数	极大函数(p,p)有界, 恒等逼近	6		2		
3	插值理论	插值理论	4		2		
4	Calder'on-Zygmund 分解理论	Calder'on-Zygmund 分解, BCP 原理	4			2	
5	奇异积分算子	Calder'on-Zygmund 算子的 L2 理论及 L_p 理论	10		2		
6	BMO 空间	BMO 空间, John-Nirenberg 不等式	6				
7	向量值不等式和 Littlewood-Paley 理论	向量值奇异积分算子, 平方积分函数, Hormander 乘法子定理, Carleson 测度	6		2		
小计			42		8	4	

六、考核方式及成绩评定方法

1. 考核方式：闭卷考试或开卷考试

2. 成绩评定：平时成绩 40%（其中课程思政占比 10%），期末成绩占比 60%。

3. 考核标准及要求：平时成绩以到课率和作业为主要依据，期末成绩以期末考试为依据。

七、本课程创新点（内容、方法等）

理论与应用相结合。

八、教材及主要参考书目、文献与资料

教材至少 1 本，参考书目至少 3 本

类别	教材名称	编者	出版社	版次	出版时间
教材	调和分析讲义	周民强	北京大学出版社	1	1999
参考书	Harmonic Analysis	Elias M. Stein	Princeton University	1	1993
	调和分析	林钦诚	高等教育出版社	1	2016
	调和分析及其在偏微分方程中的应用	苗长兴	科学出版社	2	2004

课程负责人（签名）:

日期:

学位点负责人（签名）:

日期:

所在学院主管领导（签名）（公章）:

日期: