

宁波大学研究生课程教学大纲

一、课程基本信息

课程中文名称	微分流形	课程编号			
课程英文名称	Differentiable Manifolds	总学时	54	学分	3
开课学院	数学与统计学院	开课学期	☐ 春季 ☒ 秋季 ☐ 全年		
课程负责人	李本伶	教学团队成员			
适用学科/专业	数学、物理	授课语言	☒ 中文 ☐ 全英文 ☐ 双语		
适用学生	☐ 学术学位博士 ☐ 学术学位直博生 ☐ 学术学位直博生（留学生） ☒ 学术学位硕士 ☐ 专业学位硕士 ☐ 专业学位硕士（留学生） ☐ 专业学位硕士（非全日制）				
课程类别	☐ 公共学位课 ☒ 专业学位课 ☐ 公共选修课 ☐ 专业选修课 ☐ 专业补修课 ☐ 必修培养环节 ☐ 其他_____				
主要教学方式 (可多选)	☒ 讲授 ☒ 讨论 ☐ 专题讲座 ☐ 文献研读 ☐ 专题研讨 ☐ 案例分析 ☐ 实验（含上机） ☐ 自学 ☐ 其他				
考核方式	☒ 考试 ☐ 考查				

二、课程中文简介

《微分流形》课程主要介绍微分流形的基本概念、相关性质及其应用。课程内容包括：拓扑流形、微分流形、子流形、流形上的向量场、Lie 群 Lie 代数基础、张量场、流形上的积分和 Stokes 定理、黎曼几何简介等。

三、课程英文简介

The course of Differential Manifolds mainly introduces the basic concepts, related properties and applications of differential manifolds. The course contents include: topological manifolds, differential Manifolds, submanifolds, vector fields on manifolds, basis of Lie groups and Lie algebraic, tensor fields, integrals on manifolds and Stokes theorem, introduction to Riemannian geometry, etc.

四、教学目标

熟练掌握微分流形的基本概念，基本性质以及微分流形上的重要几何量。熟悉微分流形上的常用度量及其应用。

五、教学内容、基本要求及学时分配

1.各章节主要内容

第一章 流形简介

主要内容：1、高维欧氏空间；2、拓扑流形；3、微分流形的定义；4、微分流形基本例子（包括实射影空间和 Grassmann 流形）。

重点：理解拓扑流形和微分流形的定义、掌握如何用定义验证一个适当的数学对象为微分流形、掌握实射影空间和 Grassmann 流形。

难点：掌握如何用定义验证一个适当的数学对象为微分流形。

课程思政融合点：了解拓扑流形和微分流形产生的背景、发展历史和应用背景，理解微分流形在整个科学发展历史中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第二章 向量函数及映射

主要内容：1、映射的微分和 Jacobians；2、欧氏空间的切空间；3、映射的秩；4、流形的切空间。

重点：理解高维欧氏空间间映射的定义、映射的微分和 Jacobians、映射的秩和流形的切空间，掌握映射在局部的运算。

难点：理解高维欧氏空间间映射的定义、映射的秩和流形的切空间。

课程思政融合点：通过学习高维欧氏空间间的映射，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

第三章 微分流形及子流形

主要内容：1、流形上的光滑函数；2、流形间的光滑映射；3、浸入和淹没；4、子流形；5、Lie 群及其作用。

重点：理解流形间映射的定义、浸入子流形的定义以及 Lie 群的概念，掌握相关的定理证明。

难点：理解流形间映射的微分、子流形的定义以及 Lie 群的概念。

课程思政融合点：通过学习流形间的映射和子流形，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

第四章 流形上的向量场

主要内容：1、向量场；2、单参数变换群；3、流形上向量场的 Lie 代数；4、Frobenius 定理。

重点：理解流形上的向量场及其性质、单参数变换群，理解掌握 Frobenius 定理。

难点：理解流形上的向量场及其作用，理解 Frobenius 定理。

课程思政融合点：通过学习流形上的向量场，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

第五章 流形上的张量和张量场

主要内容：1、余切向量；2、双线性形式；3、黎曼度量；4、张量场；5、张量积；6、流形的定向与体积元。

重点：理解流形上的张量场及其性质、黎曼度量，流形的定向与体积元。

难点：理解流形上的张量场及其作用。

课程思政融合点：通过学习流形上的张量场，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

第六章 流形上的积分

主要内容：1、流形上的积分；2、Lie 群的积分；3、带边流形；4、Stokes 定理。

重点：理解流形上积分的概念和性质、带边流形的定义，理解掌握 Stokes 定理。

难点：理解掌握 Stokes 定理。

课程思政融合点：通过学习流形间的上的积分，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

第七章 黎曼几何简介

主要内容：1、黎曼流形的定义和例子；2、共变微分；3、测地线。

重点：理解黎曼流形的定义、共变微分的定义和性质、测地线的定义和性质。

难点：理解黎曼流形及其上的微分运算。

课程思政融合点：通过学习黎曼流形及其上的微分运算，了解其产生的背景、发展历史和应用，激发学习热情和科学创新精神。

2.学时分配表

章节	标题	教学内容	学时分配				备注
			理论	实验	讨论	其他	
1	流形简介	高维欧氏空间、拓扑流形、微分流形的定义、微分流形基本例子	4				
2	向量函数及映射	映射的微分和 Jacobians、欧氏空间的切空间、向量场、映射的秩	8				
3	微分流形及子流形	光滑函数、光滑映射、浸入、子流形、Lie 群及其作用	8		1		
4	流形上的向量场	向量场、单参数变换群、流形上向量场的 Lie 代数、Frobenius 定理	8		1		
5	流形上的张量和张量场	余切向量、双线性形式、黎曼度量、张量场、张量积、流形的定向与体积元	8		1		
6	流形上的积分	流形上的积分、Lie 群的积分、带边流形、Stokes 定理	8		1		
7	黎曼几何简介	黎曼流形的定义和例子、共变微分、测地线	6				
小计			50		4		

六、考核方式及成绩评定方法

- 1. 考核方式：考试
- 2. 成绩评定：50%平时（其中课程思政占比 10%），50%期末
- 3. 考核标准及要求：达到 60 为及格

七、本课程创新点（内容、方法等）

本课程是现代数学的重要组成部分，方法上注重理论与应用相结合。

八、教材及主要参考书目、文献与资料

教材至少 1 本，参考书目至少 3 本

类别	教材名称	编者	出版社	版次	出版时间
教材	An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry	William M. Boothby	Academic Press	2	2002
	黎曼几何初步	白正国, 沈一兵, 水乃翔, 郭孝英	高等教育出版社	2	2004
参考书	A Comprehensive Introduction to Differential Geometry	Michael Spivak	Publish or Perish, Houston	3	2005
	An Introduction to Manifolds	Loring W. Tu	Springer	2	2015
	Foundations of Differential Manifolds and Lie Groups	Frank W. Warner	Springer	1	1983

课程负责人（签名）： 李本伶

日期：

学位点负责人（签名）：

日期：

所在学院主管领导（签名）（公章）：

日期：