

宁波大学研究生课程教学大纲

一、课程基本信息

课程中文名称	P-Adic 分析	课程编号			
课程英文名称	P-Adic Analysis	总学时	54	学分	3
开课学院	数学与统计学院	开课学期	☐ 春季 ☒ 秋季 ☐ 全年		
课程负责人	曹炜	教学团队成员	周贵松		
适用学科/专业	代数、数论	授课语言	☒ 中文 ☐ 全英文 ☐ 双语		
适用学生	☒ 学术学位博士 ☒ 学术学位直博生 ☒ 学术学位直博生（留学生） ☐ 学术学位硕士 ☐ 专业学位硕士 ☐ 学术学位硕士（留学生） ☐ 专业学位硕士（留学生） ☐ 专业学位硕士（非全日制）				
课程类别	☐ 公共学位课 ☒ 专业学位课 ☐ 公共选修课 ☐ 专业选修课 ☐ 专业补修课 ☐ 必修培养环节 ☐ 其他_____				
主要教学方式 （可多选）	☒ 讲授 ☒ 讨论 ☐ 专题讲座 ☐ 文献研读 ☐ 专题研讨 ☐ 案例分析 ☐ 实验（含上机） ☐ 自学 ☐ 其他__				
考核方式	☒ 考试 ☐ 考查				

二、课程中文简介

p-adic 分析是数论的一个分支，它研究与 p-adic 数有关的函数的数学分析。本课程主要讨论 p-adic 数的构造，p-adic 环， p-adic 域（及其扩张），一般的 p-adic 域及其性质，以及 p-adic 分析在算术中的应用，如 p-adic 伽玛函数及其性质。

三、课程英文简介

P-adic analysis is a branch of number theory that deals with the mathematical analysis of functions of p-adic numbers. This course mainly discusses constructions of p-adic numbers, p-adic rings, p-adic fields (and their extensions), universal p-adic fields and their basic properties, as well as several applications of p-adic analysis to arithmetic, for instance, p-adic Gamma function and its properties.

四、教学目标

介绍 p-adic 数及其相关的知识。让学生掌握了解 p-adic 数的性质与构建，特别是 p-adic 分析在证明有限域上方程组 zeta 函数的有理性中的重要作用。

五、教学内容、基本要求及学时分配

1. 各章节主要内容

第一章： p-adic 数（p-adic numbers）

主要内容：1、基本概念；2、有理数的测度；3、p-adic 数域；4、 $\mathbb{Q}_p$ 的算术性质

重点：p-adic 数域的构造。

难点： $\mathbb{Q}_p$ 的算术性质。

课程思政融合点：了解 p -adic 数域是如何构造的，了解其产生背景、发展历史和应用背景；理解 p -adic 分析在整个科学发展历史中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第二章：黎曼 zeta 函数 p -adic 插值 (p-adic interpolation of the Riemann zeta-function)
主要内容：介绍 p -adic 插值； p -adic 分布；Bernoulli 分布；测度与积分；黎曼 zeta 函数 p -adic 插值。

重点： p -adic 插值； p -adic 分布；测度与积分。
难点：黎曼 zeta 函数 p -adic 插值。

课程思政融合点：了解 p -adic 插值是如何进行的，了解其产生背景、发展历史和应用背景；理解 p -adic 插值在整个科学发展历史中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第三章：构建 Ω (Building up Ω)
主要内容：有限域；范数的推广； $\mathbb{Q}_p$ 的代数闭包； Ω 。
重点：有限域；范数的推广。
难点： $\mathbb{Q}_p$ 的代数闭包； Ω 。

课程思政融合点：了解范数是如何推广的，了解其产生背景、发展历史和应用背景；理解 $\mathbb{Q}_p$ 的代数闭包在整个科学发展历史中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第四章： p -adic 幂级数 (p-adic power series)
主要内容：初等函数；对数、伽玛函数，Artin-Hasse 指数函数；多项式的牛顿多边形；幂级数的牛顿多边形。
重点：对数、伽玛函数，Artin-Hasse 指数函数。
难点：多项式的牛顿多边形；幂级数的牛顿多边形。

课程思政融合点：了解牛顿多边形是如何定义的，了解其产生背景、发展历史和应用背景；理解牛顿多边形在整个科学发展历史中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

第五章：有限域上方程组 zeta 函数的有理性 (Rationality of the zeta-function of a set of equations over a finite field)
主要内容：超曲面及其 zeta 函数；特征与提升；zeta 函数的 p -adic 分析表示；有理性证明。
重点：超曲面及其 zeta 函数；特征与提升。
难点：zeta 函数的 p -adic 分析表示；有理性证明。

课程思政融合点：了解 zeta 是如何定义的，了解其产生背景、发展历史和应用背景；理解 zeta 在整个科学发展历史中的意义，激发学习热情和追求科学真理的志向。

2. 学时分配表

章节	标题	教学内容	学时分配				备注
			理论	实验	讨论	其他	
1	p -adic 数	有理数的测度； p -adic 数域； $\mathbb{Q}_p$ 的算术性质	8		2		
2	黎曼 zeta 函数 p -adic 插值	介绍 p -adic 插值； p -adic 分布；Bernoulli 分布；测度与积分；黎曼 zeta 函数 p -adic 插值	8		2		
3	构建 Ω	有限域；范数的推广； $\mathbb{Q}_p$ 的代数闭包； Ω	8		2		
4	p -adic 幂级数	初等函数；对数、伽玛函数，Artin-Hasse 指数函数；多项式的牛顿多边形；幂级数的牛顿多边形	8		2		

5	有限域上方程组 zeta 函数的有理性	超曲面及其 zeta 函数；特征与提升；zeta 函数的 p-adic 分析表示；有理性证明	10		4		
小计			42		12		

六、考核方式及成绩评定方法

1. 考核方式：考试
2. 成绩评定：满分 100 分，平时 50%（其中课程思政占比 10%），考试 50%
3. 考核标准及要求：要求学生掌握基本概念、基本定理，及基本方法，结合平时讨论情况与期末考试成绩，评定最终成绩。

七、本课程创新点（内容、方法等）

理论与应用相结合。

八、教材及主要参考书目、文献与资料

教材至少 1 本，参考书目至少 3 本

类别	教材名称	编者	出版社	版次	出版时间
教材	p-adic Numbers, p-adic Analysis, and Zeta-Functions	Koblitz N.	Springer-Verlag	2	2012
参考书	P-adic numbers: an introduction	Gouvêa F. Q.	Springer-Verlag	1	1992
	Algebra	Lang S.	Addison-Wesley	1	1965
	Algebraic Number Theory	Neukirch J.	Springer-Verlag	1	1999

课程负责人（签名）：

日期：

学位点负责人（签名）：

日期：

所在学院主管领导（签名）（公章）：

日期：